Bûche Study

FICHE DE RÉVISION · PRÉPA (CPGE) · MPSI, PCSI, PTSI · PHYSIQUE

Forces centrales et Kepler

Fiche écrite par IA à partir du chapitre « Forces centrales et lois de Kepler (prépa, première année) » de la bibliothèque Bûche Study. Vérifie toujours avec ton cours et ton professeur. Le cours complet, les QCM et les cartes mémoire sont dans l'appli.

1 Force centrale et moment cinétique

Définitions

- **Force centrale** : $F = F \cdot u_r$, toujours colinéaire à OM ; **conservative** si $F(r) = -dE_p/dr$.
- Gravitation : $F = -GMm/r^2$, **$E_p = -GMm/r$** (attractive). Coulomb : en $1/r^2$, attractive ou répulsive.
- Référentiel galiléen où O est fixe (héliocentrique, géocentrique).

Conséquences

- Moment de la force nul ⇒ **L_O constant**.
- ⇒ mouvement **plan** (perpendiculaire à L_O).
- Constante des aires **$C = r^2\dot{\theta} = L_O/m$**.
- **Loi des aires** : $dA/dt = C/2$ constante. Plus vite près du centre : **$r_p v_p = r_a v_a$**.

2 Énergie potentielle effective

Problème radial

- **$E_m = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + E_{p,eff}(r)$**, avec **$E_{p,eff} = mC^2/(2r^2) + E_p(r)$**.
- Le terme $mC^2/(2r^2)$ est une **barrière centrifuge**.
- Mouvement possible seulement si **$E_{p,eff}(r) \leq E_m$** ; aux bornes, $\dot{r} = 0$.

États liés et de diffusion

- Gravitation : minimum de $E_{p,eff}$ en $r_o = C^2/(GM)$ → **orbite circulaire**.
- **$E_m < 0$** : état lié (ellipse) ; **$E_m = 0$** : parabole ; **$E_m > 0$** : hyperbole.
- Interaction répulsive : **diffusion seulement** (Rutherford).

3 Orbites et lois de Kepler

Orbite circulaire

- Mouvement **uniforme**.
- **$v = \sqrt{(GM/R)}$** ; **$T = 2\pi\sqrt{(R^3/GM)}$**.
- **$E_c = GMm/(2R)$**, **$E_m = -GMm/(2R) = -E_c = E_p/2$**.
- v et T ne dépendent pas de la masse du satellite ; plus haut = plus lent.

Les trois lois

- **1** : orbites elliptiques, astre central à un **foyer**.
- **2** : aires égales en durées égales.
- **3** : **$T^2/a^3 = 4\pi^2/(GM)$**, même valeur autour d'un même astre.
- Ellipse : $r_{min} = a(1 - e)$, $r_{max} = a(1 + e)$; **$E_m = -GMm/(2a)$** (admis), $v^2 = GM(2/r - 1/a)$.

4 Satellites terrestres

Vitesses cosmiques

- **$v_1 = \sqrt{(GM_T/R_T)} \approx 7{,}9$ km/s** (orbite rasante).
- **$v_2 = \sqrt{2} \cdot v_1 \approx 11{,}2$ km/s** (libération, $E_m = 0$).
- ISS (h ≈ 400 km) : v ≈ 7,7 km/s, T ≈ 92 min.

Géostationnaire

- Orbite **circulaire équatoriale**, période = **jour sidéral** (86 164 s).
- r ≈ 42 200 km, altitude ≈ **35 800 km**, v ≈ 3,1 km/s.
- Satellite freiné : il descend et **accélère** ($E_c = -E_m$ augmente).

5 Les erreurs à éviter

Sur le raisonnement

- La planéité vient du **moment cinétique**, pas du caractère conservatif.
- Sur une ellipse, c'est la **vitesse aréolaire** qui est constante, pas la vitesse.
- Un état lié a **$E_m < 0$** (origine de E_p à l'infini).

Sur les calculs

- $r = R_T + h$: ne pas confondre rayon et altitude.
- T^2/a^3 ne fait intervenir que la masse de l'astre **central**.
- Géostationnaire : jour sidéral (23 h 56 min), pas 24 h.