



Cosinus et sinus

Fiche écrite par IA à partir du chapitre « Trigonométrie » de la bibliothèque Bûche Study. Vérifie toujours avec ton cours et ton professeur. Le cours complet, les QCM et les cartes mémoire sont dans l'appli.

1 Le radian

■ Définition

- Un angle mesure **1 radian** s'il intercepte un arc de longueur égale au rayon.
- $360^\circ = 2\pi \text{ rad}$** et **$180^\circ = \pi \text{ rad}$** .
- Degrés $\rightarrow$ radians : $\times \pi/180$; radians $\rightarrow$ degrés : $\times 180/\pi$.

■ Longueur d'arc

- Sur un cercle de rayon r , un angle de α radians intercepte un arc de longueur **$\ell = r \times \alpha$** .
- Exemple : 60° sur un cercle de rayon 2 donne $\ell = 2 \times \pi/3$ (et non 2×60).

2 Le cercle trigonométrique

■ Définition

- Cercle de centre O, de **rayon 1**, parcouru dans le **sens direct** (inverse des aiguilles d'une montre), à partir de I(1 ; 0).
- À chaque réel x correspond un point **M(x)**.
- x et **$x + 2k\pi$** (k entier) ont le même point image.

■ Cosinus et sinus

- $\cos x$** = abscisse de M(x) ; **$\sin x$** = ordonnée de M(x).
- $-1 \leq \cos x \leq 1$** et **$-1 \leq \sin x \leq 1$** .
- $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$** .
- $\cos(x + 2k\pi) = \cos x$ et $\sin(x + 2k\pi) = \sin x$.
- Pour un angle aigu, on retrouve les formules du triangle rectangle du collège.

3 Les valeurs remarquables

x	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	π
cos x	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	1/2	0	-1
sin x	0	1/2	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1	0

4 Les angles associés

Réel	Symétrie	Cosinus	Sinus
$-x$	axe des abscisses	$\cos x$	$-\sin x$
$\pi - x$	axe des ordonnées	$-\cos x$	$\sin x$
$\pi + x$	centre O	$-\cos x$	$-\sin x$
$\pi/2 - x$	droite $y = x$	$\sin x$	$\cos x$
$\pi/2 + x$	quart de tour	$-\sin x$	$\cos x$

Inutile d'apprendre le tableau par cœur : **dessine le cercle**, place $M(x)$ et le point associé, puis lis les coordonnées. Exemple : $\cos(5\pi/6) = \cos(\pi - \pi/6) = -\sqrt{3}/2$.

5 Méthodes et pièges

■ Résoudre $\cos x = a$ ou $\sin x = b$

1. Trouver une solution x_0 dans le tableau des valeurs remarquables.
2. Pour $\cos x = \cos x_0$, l'autre point est **$M(-x_0)$** ; pour $\sin x = \sin x_0$, c'est **$M(\pi - x_0)$** .
3. Donner les solutions dans l'intervalle demandé.

■ Erreurs fréquentes

- Oublier de passer en radians.
- Oublier le signe avec $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$: c'est la position du point qui le donne.
- Croire que $\cos(\pi - x) = \cos x$: c'est $-\cos x$.
- Ne donner qu'une solution à $\cos x = a$ (avec $-1 < a < 1$) : il y en a deux par tour.
- Écrire $\cos(2x) = 2 \cos x$: c'est faux.